绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数　学

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部分3至4页。满分150分。考试用时120分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A，B 互斥，则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A，B 相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=\mathrm{C}_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式 $V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式 $V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集 U={1，2，3，4，5}，A={1，3}，则 $\complement_U A$=

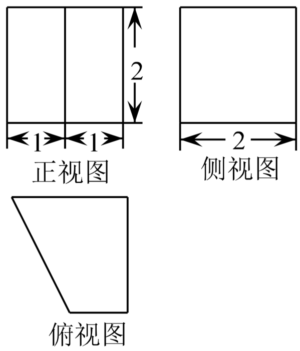
A．$\varnothing$　　B．{1，3}　　C．{2，4，5}　　D．{1，2，3，4，5}

2．双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的焦点坐标是

A．$(-\sqrt{2}，0)$，$(\sqrt{2}，0)$　　　　B．$(-2，0)$，$(2，0)$

C．$(0，-\sqrt{2})$，$(0，\sqrt{2})$　　　　D．$(0，-2)$，$(0，2)$

3．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是

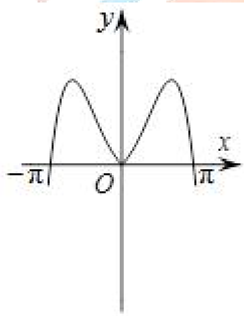


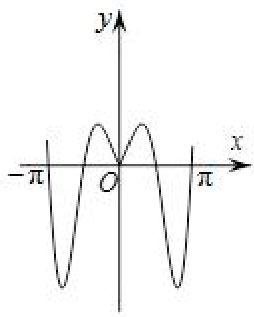
A．2　　　B．4　　　C．6　　　D．8

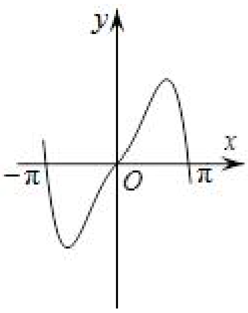
4．复数$\dfrac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位)的共轭复数是

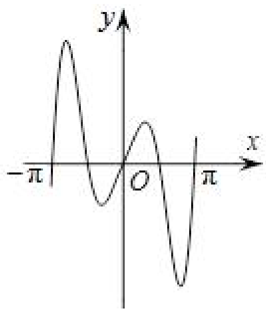
A．1+i　　　B．1−i　　　C．−1+i　　　D．−1−i

5．函数 $y=2^{|x|}\sin 2x$ 的图象可能是

A．

B．

C．

D．

6．已知平面α，直线 m，n 满足 $m\not\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，则“$m/\!/n$”是“$m/\!/\alpha$”的

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

7．设 $0<p<1$，随机变量ξ的分布列是

ξ	0	1	2
P	$\frac{1-p}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{p}{2}$

则当 p 在（0，1）内增大时，

A．D（ξ）减小　　　　B．D（ξ）增大

C．D（ξ）先减小后增大　　　　D．D（ξ）先增大后减小

8．已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形，侧棱长均相等，E 是线段 AB 上的点（不含端点），设 SE 与 BC 所成的角为θ_1，SE 与平面 $ABCD$ 所成的角为θ_2，二面角 $S-AB-C$ 的平面角为θ_3，则

A．$\theta_1\le\theta_2\le\theta_3$　　B．$\theta_3\le\theta_2\le\theta_1$　　C．$\theta_1\le\theta_3\le\theta_2$　　D．$\theta_2\le\theta_3\le\theta_1$

9．已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{e}$ 是平面向量，$\boldsymbol{e}$ 是单位向量．若非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{e}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{b}+3=0$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$的最小值是

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．2　　D．$2-\sqrt{3}$

10．已知 a_1,a_2,a_3,a_4 成等比数列，且 $a_1+a_2+a_3+a_4=\ln(a_1+a_2+a_3)$．若 $a_1>1$，则

A．$a_1<a_3,a_2<a_4$　　B．$a_1>a_3,a_2<a_4$　　C．$a_1<a_3,a_2>a_4$　　D．$a_1>a_3,a_2>a_4$

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11．我国古代数学著作《张邱建算经》中记载百鸡问题：“今有鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一。凡百钱，买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几何？”设鸡翁，鸡母，鸡雏个数分别为 x，y，z，则 $\begin{cases}x+y+z=100,\\5x+3y+\frac{1}{3}z=100,\end{cases}$ 当 $z=81$ 时，$x=$________，$y=$________．

12．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\ge 0,\\2x+y\le 6,\\x+y\ge 2,\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最小值是________，最大值是________．

13．在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．若 $a=\sqrt{7}$，$b=2$，$A=60°$，则 $\sin B=$________，$c=$________．

14．二项式 $(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{2x})^8$ 的展开式的常数项是________．

15．已知$\lambda\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x-4,x\ge\lambda\\x^2-4x+3,x<\lambda\end{cases}$，当$\lambda=2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集是________．若函

数 $f(x)$恰有 2 个零点，则λ的取值范围是___________.

16．从 1，3，5，7，9 中任取 2 个数字，从 0，2，4，6 中任取 2 个数字，一共可以组成___________个没有重复数字的四位数.(用数字作答)

17．已知点 $P(0，1)$，椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=m(m>1)$上两点 A，B 满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则当 $m=$___________时，点 B 横坐标的绝对值最大．学科*网

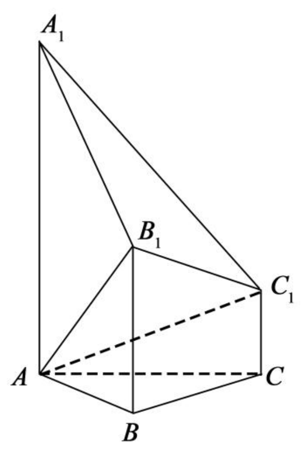
三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18．（本题满分 14 分）已知角α的顶点与原点 O 重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，它的终边过点 P（$-\frac{3}{5}$，$-\frac{4}{5}$）．

（Ⅰ）求 $\sin(\alpha+\pi)$的值；

（Ⅱ）若角β满足 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{13}$，求 $\cos\beta$的值．

19．（本题满分 15 分）如图，已知多面体 $ABCA_1B_1C_1$，A_1A，B_1B，C_1C 均垂直于平面 ABC，$\angle ABC=120°$，$A_1A=4$，$C_1C=1$，$AB=BC=B_1B=2$．



（Ⅰ）证明：$AB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$；

（Ⅱ）求直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角的正弦值．

20．（本题满分 15 分）已知等比数列$\{a_n\}$的公比 $q>1$，且 $a_3+a_4+a_5=28$，a_4+2 是 a_3，a_5 的等差中项．数列

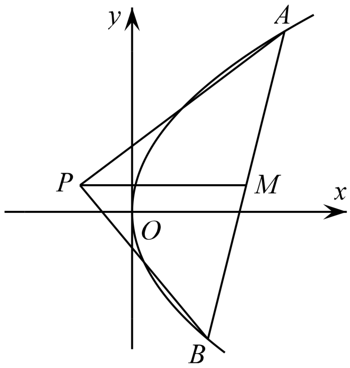
$\{b_n\}$满足 $b_1=1$，数列$\{(b_{n+1}-b_n)a_n\}$的前 n 项和为 $2n^2+n$．

（Ⅰ）求 q 的值；

（Ⅱ）求数列$\{b_n\}$的通项公式．学*科网

21．（本题满分 15 分）如图，已知点 P 是 y 轴左侧(不含 y 轴)一点，抛物线 C：$y^2=4x$ 上存在不同的

两点 A，B 满足 PA，PB 的中点均在 C 上．



（Ⅰ）设 AB 中点为 M，证明：PM 垂直于 y 轴；

（Ⅱ）若 P 是半椭圆 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1(x<0)$上的动点，求△$PAB$ 面积的取值范围．

22．（本题满分 15 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$．

（Ⅰ）若 $f(x)$在 $x=x_1$，$x_2(x_1\neq x_2)$处导数相等，证明：$f(x_1)+f(x_2)>8-8\ln2$；

（Ⅱ）若 $a\leq3-4\ln2$，证明：对于任意 $k>0$，直线 $y=kx+a$ 与曲线 $y=f(x)$有唯一公共点．

2018年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数　学·参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算。每小题4分，满分40分。

1.C　2.B　3.C　4.B　5.D　6.A　7.D　8.D　9.A　10.B

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算。多空题每题6分，单空题每题4分，满分36分。

11.8；11　12.−2；8　13.$\frac{\sqrt{21}}{7};3$　14.7

15.$(1,4);(1,3]\cup(4,+\infty)$　16.1260　17.5

三、解答题：本大题共5小题，共74分。

18.本题主要考查三角函数及其恒等变换等基础知识，同时考查运算求解能力。满分14分。

（Ⅰ）由角α的终边过点$P(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$得$\sin\alpha=-\frac{4}{5}$，

所以$\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

（Ⅱ）由角α的终边过点$P(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5})$得$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，

由$\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{13}$得$\cos(\alpha+\beta)=\pm\frac{12}{13}$.

由$\beta=(\alpha+\beta)-\alpha$得$\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha$，

所以$\cos\beta=-\frac{56}{65}$或$\cos\beta=-\frac{16}{65}$.

19.本题主要考查空间点、线、面位置关系，直线与平面所成的角等基础知识，同时考查空间想象能力和运算求解能力。满分15分。

方法一：

（Ⅰ）由$AB=2,AA_1=4,BB_1=2,AA_1\perp AB,BB_1\perp AB$得$AB_1=A_1B_1=2\sqrt{2}$，

所以$A_1B_1^2+AB_1^2=AA_1^2$.

故$AB_1\perp A_1B_1$.

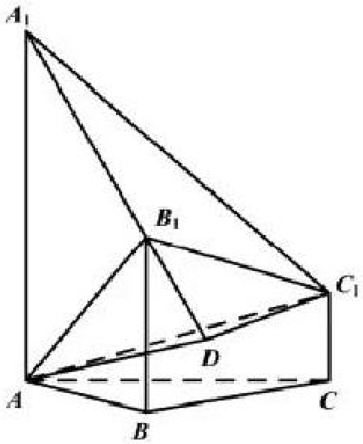
由$BC=2$，$BB_1=2,CC_1=1,BB_1\perp BC,CC_1\perp BC$得$B_1C_1=\sqrt{5}$，

由$AB=BC=2,\angle ABC=120°$得$AC=2\sqrt{3}$，

由 $CC_1 \perp AC$，得 $AC_1=\sqrt{13}$，所以 $AB_1^2+B_1C_1^2=AC_1^2$，故 $AB_1 \perp B_1C_1$.

因此 $AB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$.

（II）如图，过点 C_1 作 $C_1D \perp A_1B_1$，交直线 A_1B_1 于点 D，连结 AD.



由 $AB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$ 得平面 $A_1B_1C_1 \perp$ 平面 ABB_1，

由 $C_1D \perp A_1B_1$ 得 $C_1D \perp$ 平面 ABB_1，

所以 $\angle C_1AD$ 是 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角.学科.网

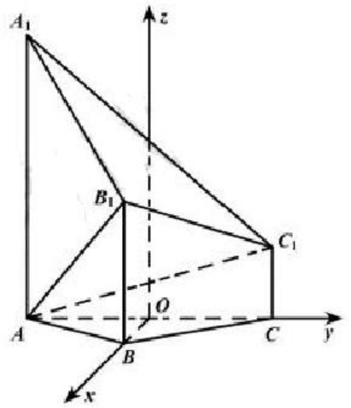
由 $B_1C_1=\sqrt{5}, A_1B_1=2\sqrt{2}, A_1C_1=\sqrt{21}$ 得 $\cos\angle C_1A_1B_1=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}, \sin\angle C_1A_1B_1=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$，

所以 $C_1D=\sqrt{3}$，故 $\sin\angle C_1AD=\dfrac{C_1D}{AC_1}=\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

因此，直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角的正弦值是 $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

方法二：

（I）如图，以 AC 的中点 O 为原点，分别以射线 OB，OC 为 x，y 轴的正半轴，建立空间直角坐标系 O-xyz.



由题意知各点坐标如下：

$A(0,-\sqrt{3},0), B(1,0,0), A_1(0,-\sqrt{3},4), B_1(1,0,2), C_1(0,\sqrt{3},1)$,

因此 $\overrightarrow{AB_1}=(1,\sqrt{3},2), \overrightarrow{A_1B_1}=(1,\sqrt{3},-2), \overrightarrow{A_1C_1}=(0,2\sqrt{3},-3)$,

由 $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=0$ 得 $AB_1\perp A_1B_1$.

由 $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{A_1C_1}=0$ 得 $AB_1\perp A_1C_1$.

所以 $AB_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$.

（II）设直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角为 θ.

由（I）可知 $\overrightarrow{AC_1}=(0,2\sqrt{3},1), \overrightarrow{AB}=(1,\sqrt{3},0), \overrightarrow{BB_1}=(0,0,2)$,

设平面 ABB_1 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+\sqrt{3}y=0,\\ 2z=0,\end{cases}$ 可取 $\boldsymbol{n}=(-\sqrt{3},1,0)$.

所以 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AC_1},\boldsymbol{n}\rangle|=\dfrac{|\overrightarrow{AC_1}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AC_1}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

因此，直线 AC_1 与平面 ABB_1 所成的角的正弦值是 $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

20.本题主要考查等差数列、等比数列、数列求和等基础知识，同时考查运算求解能力和综合应用能力。满分 15 分。

（I）由 a_4+2 是 a_3,a_5 的等差中项得 $a_3+a_5=2a_4+4$，

所以 $a_3+a_4+a_5=3a_4+4=28$，

解得 $a_4=8$.

由 $a_3+a_5=20$ 得 $8(q+\frac{1}{q})=20$，

因为 $q>1$，所以 $q=2$.

（Ⅱ）设 $c_n=(b_{n+1}-b_n)a_n$，数列 $\{c_n\}$ 前 n 项和为 S_n.

由 $c_n=\begin{cases}S_1, n=1,\\ S_n-S_{n-1}, n\geq 2.\end{cases}$ 解得 $c_n=4n-1$.

由（Ⅰ）可知 $a_n=2^{n-1}$，

所以 $b_{n+1}-b_n=(4n-1)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$，

故 $b_n-b_{n-1}=(4n-5)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}, n\geq 2$，

$b_n-b_1=(b_n-b_{n-1})+(b_{n-1}-b_{n-2})+\cdots+(b_3-b_2)+(b_2-b_1)$

$=(4n-5)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}+(4n-9)\cdot(\frac{1}{2})^{n-3}+\cdots+7\cdot\frac{1}{2}+3$.

设 $T_n=3+7\cdot\frac{1}{2}+11\cdot(\frac{1}{2})^2+\cdots+(4n-5)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}, n\geq 2$，

$\frac{1}{2}T_n=3\cdot\frac{1}{2}+7\cdot(\frac{1}{2})^2+\cdots+(4n-9)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}+(4n-5)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$

所以 $\frac{1}{2}T_n=3+4\cdot\frac{1}{2}+4\cdot(\frac{1}{2})^2+\cdots+4\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}-(4n-5)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$，

因此 $T_n=14-(4n+3)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}, n\geq 2$，

又 $b_1=1$，所以 $b_n=15-(4n+3)\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}$.

21．本题主要考查椭圆、抛物线的几何性质，直线与抛物线的位置关系等基础知识，同时考查运算求解能力和综合应用能力。满分 15 分。

（Ⅰ）设 $P(x_0,y_0)$，$A(\frac{1}{4}y_1^2,y_1)$，$B(\frac{1}{4}y_2^2,y_2)$.

因为 PA，PB 的中点在抛物线上，所以 y_1，y_2 为方程

$(\frac{y+y_0}{2})^2=4\cdot\frac{\frac{1}{4}y^2+x_0}{2}$ 即 $y^2-2y_0y+8x_0-y_0^2=0$ 的两个不同的实数根.

所以 $y_1+y_2=2y_0$.

因此，PM 垂直于 y 轴.

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知$\begin{cases} y_1+y_2=2y_0, \\ y_1y_2=8x_0-y_0^2, \end{cases}$

所以$|PM|=\frac{1}{8}(y_1^2+y_2^2)-x_0=\frac{3}{4}y_0^2-3x_0$，$|y_1-y_2|=2\sqrt{2(y_0^2-4x_0)}$.

因此，$\triangle PAB$ 的面积 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|PM|\cdot|y_1-y_2|=\frac{3\sqrt{2}}{4}(y_0^2-4x_0)^{\frac{3}{2}}$.

因为 $x_0^2+\frac{y_0^2}{4}=1(x_0<0)$，所以 $y_0^2-4x_0=-4x_0^2-4x_0+4\in[4,5]$.

因此，$\triangle PAB$ 面积的取值范围是$[6\sqrt{2},\frac{15\sqrt{10}}{4}]$.

22．本题主要考查函数的单调性，导数的运算及其应用，同时考查逻辑思维能力和综合应用能力。满分 15 分。

（Ⅰ）函数 f（x）的导函数 $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x}$，

由 $f'(x_1)=f'(x_2)$ 得 $\frac{1}{2\sqrt{x_1}}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{2\sqrt{x_2}}-\frac{1}{x_2}$，

因为 $x_1\neq x_2$，所以 $\frac{1}{\sqrt{x_1}}+\frac{1}{\sqrt{x_2}}=\frac{1}{2}$.

由基本不等式得 $\frac{1}{2}\sqrt{x_1x_2}=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\geq 2\sqrt[4]{x_1x_2}$.

因为 $x_1\neq x_2$，所以 $x_1x_2>256$.

由题意得 $f(x_1)+f(x_2)=\sqrt{x_1}-\ln x_1+\sqrt{x_2}-\ln x_2=\frac{1}{2}\sqrt{x_1x_2}-\ln(x_1x_2)$.

设 $g(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}-\ln x$，

则 $g'(x)=\frac{1}{4x}(\sqrt{x}-4)$，

所以

x	（0，16）	16	（16，+∞）
$g'(x)$	−	0	+
$g(x)$	↘	2−4ln2	↗

所以 g（x）在[256，+∞）上单调递增，

故 $g(x_1x_2)>g(256)=8-8\ln 2$，

即 $f(x_1)+f(x_2)>8-8\ln 2$．

（Ⅱ）令 $m=\mathrm{e}^{-(|a|+k)}$，$n=(\frac{|a|+1}{k})^2+1$，则

$f(m)-km-a>|a|+k-k-a\geq 0$，

$f(n)-kn-a<n(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{a}{n}-k)\leq n(\frac{|a|+1}{\sqrt{n}}-k)<0$，

所以，存在 $x_0\in(m,n)$ 使 $f(x_0)=kx_0+a$，

所以，对于任意的 $a\in\mathbf{R}$ 及 $k\in(0,+\infty)$，直线 $y=kx+a$ 与曲线 $y=f(x)$ 有公共点．

由 $f(x)=kx+a$ 得 $k=\frac{\sqrt{x}-\ln x-a}{x}$．

设 $h(x)=\frac{\sqrt{x}-\ln x-a}{x}$，

则 $h'(x)=\frac{\ln x-\frac{\sqrt{x}}{2}-1+a}{x^2}=\frac{-g(x)-1+a}{x^2}$，

其中 $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}-\ln x$．

由（Ⅰ）可知 $g(x)\geq g(16)$，又 $a\leq 3-4\ln 2$，

故 $-g(x)-1+a\leq -g(16)-1+a=-3+4\ln 2+a\leq 0$，

所以 $h'(x)\leq 0$，即函数 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，因此方程 $f(x)-kx-a=0$ 至多 1 个实根．

综上，当 $a\leq 3-4\ln 2$ 时，对于任意 $k>0$，直线 $y=kx+a$ 与曲线 $y=f(x)$ 有唯一公共点．