**绝密★启用前**

# 2018 年普通高等学校招生统一考试

# 文科数学试题卷

## 一、单选题

1．已知集合 $A=\{0，2\}$， $B=\{-2，-1，0，1，2\}$，则 $A\cap B=$

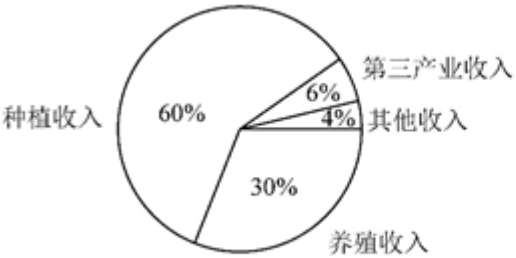
A．$\{0，2\}$　　B．$\{1，2\}$　　C．$\{0\}$

D．$\{-2，-1，0，1，2\}$

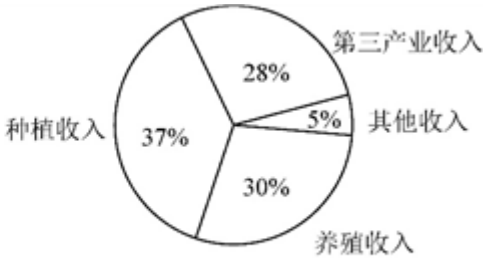
2．设 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+2\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A．0　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

3．某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍．实现翻番．为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例．得到如下饼图：




建设前经济收入构成比例




建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是

A．新农村建设后，种植收入减少

B．新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C．新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D．新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4．已知椭圆 $C$： $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{4}=1(a>0)$ 的一个焦点为 $(2,0)$，则 $C$ 的离心率为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

5．已知圆柱的上、下底面的中心分别为 $O_1$， $O_2$，过直线 $O_1O_2$ 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为

A．$12\sqrt{2}\pi$　　B．$12\pi$　　C．$8\sqrt{2}\pi$　　D．$10\pi$

6．设函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$．若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0，0)$ 处的切线方程为(　　)

A．$y=-2x$　　B．$y=-x$　　C．$y=2x$　　D．$y=x$

7．在△$ABC$ 中，$AD$ 为 $BC$ 边上的中线，$E$ 为 $AD$ 的中点，则 $\overrightarrow{EB}=$

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8．已知函数 $f(x)=2\cos^2 x-\sin^2 x+2$，则

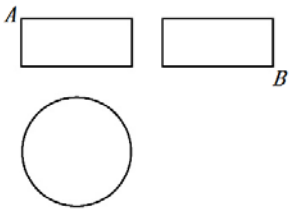
A．$f(x)$ 的最小正周期为 $\pi$，最大值为 $3$

B．$f(x)$ 的最小正周期为 $\pi$，最大值为 $4$

C．$f(x)$ 的最小正周期为 $2\pi$，最大值为 $3$

D．$f(x)$ 的最小正周期为 $2\pi$，最大值为 $4$

9．某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如图所示，圆柱表面上的点 $M$ 在正视图上的对应点为 $A$，圆柱表面上的点 $N$ 在左视图上的对应点为 $B$，则在此圆柱侧面上，从 $M$ 到 $N$ 的路径中，最短路径的长度为（　　）




A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$3$　　D．$2$

10．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AC_1$ 与平面 $BB_1C_1C$ 所成的角为 $30^{\circ}$，则该长方体的体积为（　　）

A．$8$　　B．$6\sqrt{2}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$8\sqrt{3}$

11．已知角 $\alpha$ 的顶点为坐标原点，始边与 $x$ 轴的非负半轴重合，终边上有两点 $A(1，a)$，$B(2，b)$，且 $\cos 2\alpha=\frac{2}{3}$，则 $|a-b|=$

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$1$

12．设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^{-x}, x\le 0\\ 1, x>0\end{cases}$，则满足 $f\left(x+1\right)<f\left(2x\right)$ 的 $x$ 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,-1\right]$　　B．$\left(0,+\infty\right)$　　C．$\left(-1,0\right)$　　D．$\left(-\infty,0\right)$

## 二、填空题

13．已知函数 $f\left(x\right)=\log_2\left(x^2+a\right)$，若 $f\left(3\right)=1$，则 $a=$_____.

14. 若 $x$，$y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-2\le 0\\ x-y+1\ge 0\\ y\le 0\end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____.

15．直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 $A$，$B$ 两点，则 $\left|AB\right|=$_____.

16．$\triangle ABC$ 的内角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，已知

$b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，$b^2+c^2-a^2=8$，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

## 三、解答题

17．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=1$，$na_{n+1}=2\left(n+1\right)a_n$，设 $b_n=\dfrac{a_n}{n}$.

（1）求 $b_1$，$b_2$，$b_3$；

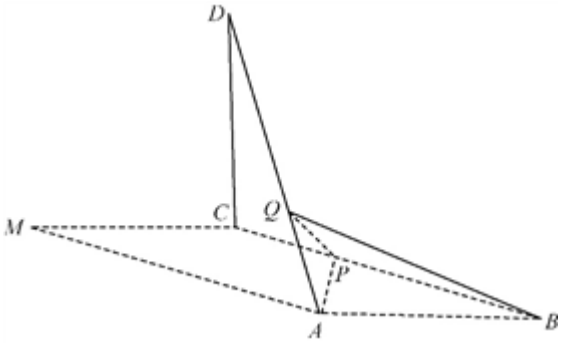
（2）判断数列 $\left\{b_n\right\}$ 是否为等比数列，并说明理由；

（3）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式.

18．如图，在平行四边形 $ABCM$ 中，$AB=AC=3$，$\angle ACM=90^\circ$，以 $AC$ 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起，使点 $M$ 到达点 $D$ 的位置，且 $AB\perp DA$.

（1）证明：平面 $ACD\perp$ 平面 $ABC$；

（2）$Q$ 为线段 $AD$ 上一点，$P$ 为线段 $BC$ 上一点，且 $BP=DQ=\dfrac{2}{3}DA$，求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.




19．某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据（单位：$m^3$）和使用了节水龙

头50天的日用水量数据，得到频数分布表如下：

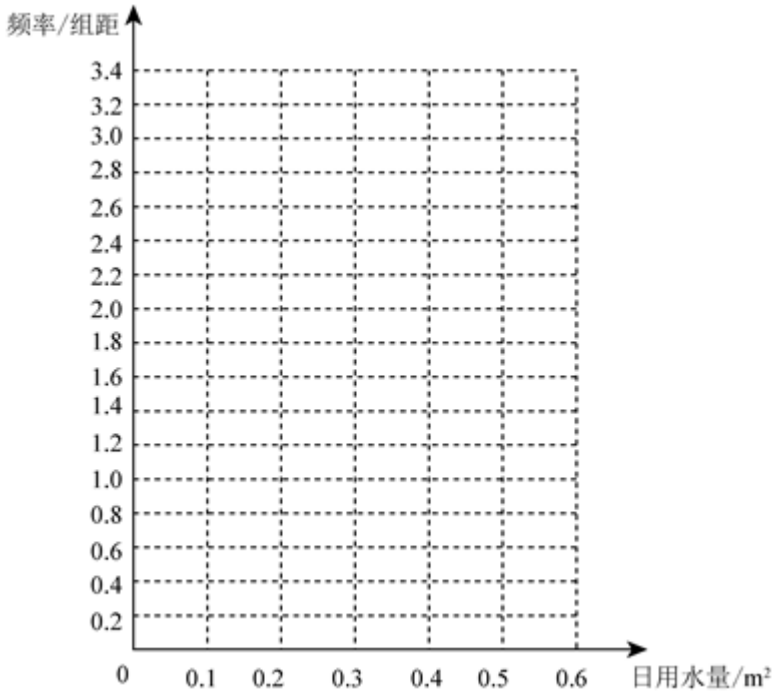
未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

| 日用水量 | $[0,0.1)$ | $[0.1,0.2)$ | $[0.2,0.3)$ | $[0.3,0.4)$ | $[0.4,0.5)$ | $[0.5,0.6)$ | $[0.6,0.7)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 频数 | 1 | 3 | 2 | 4 | 9 | 26 | 5 |

使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

| 日用水量 | $[0,0.1)$ | $[0.1,0.2)$ | $[0.2,0.3)$ | $[0.3,0.4)$ | $[0.4,0.5)$ | $[0.5,0.6)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 频数 | 1 | 5 | 13 | 10 | 16 | 5 |

（1）在答题卡上作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图：




（2）估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于$0.35m^3$的概率；

（3）估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按365天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.）

20．设抛物线$C$：$y^2=2x$，点$A(2，0)$，$B(-2，0)$，过点$A$的直线$l$与$C$交于$M$，$N$

两点.

（1）当 $l$ 与 $x$ 轴垂直时，求直线 $BM$ 的方程；

（2）证明：$\angle ABM=\angle ABN$ .

21.（2018 年新课标 $I$ 卷文）已知函数 $f\left(x\right)=a\mathrm{e}^{x}-lnx-1$ .

（1）设 $x=2$ 是 $f\left(x\right)$ 的极值点．求 $a$ ，并求 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）证明：当 $a\geq\frac{1}{\mathrm{e}}$ 时， $f\left(x\right)\geq 0$ .

22.

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的方程为 $y=k\left|x\right|+2$ .以坐标原点为极点， $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ .

（1）求 $C_2$ 的直角坐标方程；

（2）若 $C_1$ 与 $C_2$ 有且仅有三个公共点，求 $C_1$ 的方程.

23．已知 $f\left(x\right)=\left|x+1\right|-\left|ax-1\right|$ .

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f\left(x\right)>1$ 的解集；

（2）若 $x\in\left(0,1\right)$ 时不等式 $f\left(x\right)>x$ 成立，求 $a$ 的取值范围.

## 参考答案

1．A

【解析】

【分析】

分析：利用集合的交集中元素的特征，结合题中所给的集合中的元素，求得集合 $A\cap B$ 中的元素，最后求得结果.

【详解】

详解：根据集合交集中元素的特征，可以求得 $A\cap B=\{0,2\}$，故选 A.

点睛：该题考查的是有关集合的运算的问题，在解题的过程中，需要明确交集中元素的特征，从而求得结果.

2．C

【解析】

分析：利用复数的除法运算法则：分子、分母同乘以分母的共轭复数，化简复数 $z$，然后求解复数的模.

详解：$z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+2\mathrm{i}=\dfrac{(1-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}+2\mathrm{i}$

$=-\mathrm{i}+2\mathrm{i}=\mathrm{i}$，

则 $|z|=1$，故选 c.

点睛：复数是高考中的必考知识，主要考查复数的概念及复数的运算．要注意对实部、虚部的理解，掌握纯虚数、共轭复数这些重要概念，复数的运算主要考查除法运算，通过分母实数化转化为复数的乘法，运算时特别要注意多项式相乘后的化简，防止简单问题出错，造成不必要的失分.

3．A

【解析】

【分析】

首先设出新农村建设前的经济收入为 M，根据题意，得到新农村建设后的经济收入为 2M，之后从图中各项收入所占的比例，得到其对应的收入是多少，从而可以比较其大小，并且得到其相应的关系，从而得出正确的选项.

【详解】

设新农村建设前的收入为 M，而新农村建设后的收入为 2M，

则新农村建设前种植收入为 0.6M，而新农村建设后的种植收入为 0.74M，所以种植收入增加了，所以 A 项不正确；

新农村建设前其他收入我 0.04M，新农村建设后其他收入为 0.1M，故增加了一倍以上，所以 B 项正确；

新农村建设前，养殖收入为 0.3M，新农村建设后为 0.6M，所以增加了一倍，所以 C 项正确；

新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的综合占经济收入的$30\%+28\%=58\%>50\%$，所以超过了经济收入的一半，所以 D 正确；

故选 A.

点睛：该题考查的是有关新农村建设前后的经济收入的构成比例的饼形图，要会从图中读出相应的信息即可得结果.

4．C

【解析】

【详解】

分析：首先根据题中所给的条件椭圆的一个焦点为$(2,0)$，从而求得$c=2$，再根据题中所给的方程中系数，可以得到$b^2=4$，利用椭圆中对应$a,b,c$的关系，求得$a=2\sqrt{2}$，最后利用椭圆离心率的公式求得结果.

详解：根据题意，可知$c=2$，因为$b^2=4$，

所以$a^2=b^2+c^2=8$，即$a=2\sqrt{2}$，

所以椭圆$C$的离心率为$e=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故选 C.

点睛：该题考查的是有关椭圆的离心率的问题，在求解的过程中，一定要注意离心率的公式，再者就是要学会从题的条件中判断与之相关的量，结合椭圆中$a,b,c$的关系求得结果.

5．B

【解析】

分析：首先根据正方形的面积求得正方形的边长，从而进一步确定圆柱的底面圆半径与圆柱的高，从而利用相关公式求得圆柱的表面积.

详解：根据题意，可得截面是边长为$2\sqrt{2}$的正方形，

结合圆柱的特征，可知该圆柱的底面为半径是$\sqrt{2}$的圆，且高为$2\sqrt{2}$，

所以其表面积为$S=2\pi(\sqrt{2})^2+2\pi\cdot\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}=12\pi$，故选 B.

点睛：该题考查的是有关圆柱的表面积的求解问题，在解题的过程中，需要利用题的条件确定圆柱的相关量，即圆柱的底面圆的半径以及圆柱的高，在求圆柱的表面积的时候，一定要注意是两个底面圆与侧面积的和.

6．D

【解析】

【详解】

分析：利用奇函数偶次项系数为零求得$a=1$，进而得到$f(x)$的解析式，再对$f(x)$求导得出切线的斜率$k$，进而求得切线方程.

详解：因为函数$f(x)$是奇函数，所以$a-1=0$，解得$a=1$，

所以$f(x)=x^3+x$，$f'(x)=3x^2+1$，

所以$f'(0)=1, f(0)=0$，

所以曲线$y=f(x)$在点$(0,0)$处的切线方程为$y-f(0)=f'(0)x$，

化简可得$y=x$，故选 D.

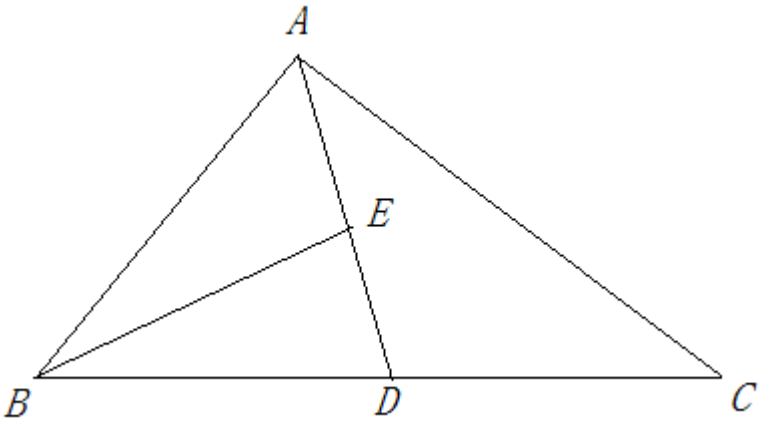
点睛：该题考查的是有关曲线$y=f(x)$在某个点$(x_0, f(x_0))$处的切线方程的问题，在求解的过程中，首先需要确定函数解析式，此时利用到结论多项式函数中，奇函数不存在偶次项，偶函数不存在奇次项，从而求得相应的参数值，之后利用求导公式求得$f'(x)$，借助于导数的几何意义，结合直线方程的点斜式求得结果.

7．A

【解析】

分析：首先将图画出来，接着应用三角形中线向量的特征，求得$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，之后应用向量的加法运算法则-------三角形法则，得到$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$，之后将其合并，得到$\overrightarrow{BE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，下一步应用相反向量，求得$\overrightarrow{EB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，从而求得结果.

详解：根据向量的运算法则，可得




$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，

所以 $\overrightarrow{EB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，故选 A.

点睛：该题考查的是有关平面向量基本定理的有关问题，涉及到的知识点有三角形的中线向量、向量加法的三角形法则、共线向量的表示以及相反向量的问题，在解题的过程中，需要认真对待每一步运算.

8．B

【解析】

【分析】

首先利用余弦的倍角公式，对函数解析式进行化简，将解析式化简为 $f\left(x\right)=\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{5}{2}$，之后应用余弦型函数的性质得到相关的量，从而得到正确选项.

【详解】

根据题意有 $f\left(x\right)=\cos 2x+1-\frac{1-\cos 2\mathrm{x}}{2}+2=\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{5}{2}$，

所以函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

且最大值为 $f\left(x\right)_{\max}=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$，故选 B.

【点睛】

该题考查的是有关化简三角函数解析式，并且通过余弦型函数的相关性质得到函数的性质，在解题的过程中，要注意应用余弦倍角公式将式子降次升角，得到最简结果.

9．B

【解析】

【分析】

首先根据题中所给的三视图，得到点 M 和点 N 在圆柱上所处的位置，将圆柱的侧面展开图平铺，点 M、N 在其四分之一的矩形的对角线的端点处，根据平面上两点间直线段最短，利用勾股定理，求得结果.

【详解】

根据圆柱的三视图以及其本身的特征，

将圆柱的侧面展开图平铺,

可以确定点 M 和点 N 分别在以圆柱的高为长方形的宽，圆柱底面圆周长的四分之一为长的长方形的对角线的端点处，

所以所求的最短路径的长度为$\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，故选 B.

点睛：该题考查的是有关几何体的表面上两点之间的最短距离的求解问题，在解题的过程中，需要明确两个点在几何体上所处的位置，再利用平面上两点间直线段最短，所以处理方法就是将面切开平铺，利用平面图形的相关特征求得结果.

10．C

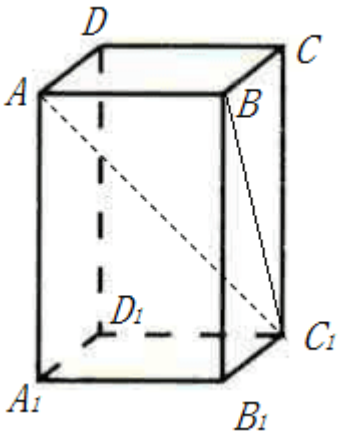
【解析】

【分析】

首先画出长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，利用题中条件，得到$\angle AC_1B=30^{\circ}$，根据$AB=2$，求得$BC_1=2\sqrt{3}$，可以确定$CC_1=2\sqrt{2}$，之后利用长方体的体积公式求出长方体的体积.

【详解】

在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，连接$BC_1$，




根据线面角的定义可知$\angle AC_1B=30^{\circ}$，

因为$AB=2$，所以$BC_1=2\sqrt{3}$，从而求得$CC_1=2\sqrt{2}$，

所以该长方体的体积为$V=2\times2\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$，故选 C.

【点睛】

该题考查的是长方体的体积的求解问题，在解题的过程中，需要明确长方体的体积公式为长宽高的乘积，而题中的条件只有两个值，所以利用题中的条件求解另一条边的长就显得尤为重要，此时就需要明确线面角的定义，从而得到量之间的关系，从而求得结果.

11．B

【解析】

【分析】

首先根据两点都在角的终边上，得到$b=2a$，利用$\cos2\alpha=\frac{2}{3}$，利用倍角公式以及余弦函数的定义式，求得$a^2=\frac{1}{5}$，从而得到$|a|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，再结合$b=2a$，从而得到

$|a-b|=|a-2a|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，从而确定选项.

【详解】

由$O,A,B$三点共线，从而得到$b=2a$，

因为$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\right)^2-1=\frac{2}{3}$，

解得 $a^2=\frac{1}{5}$，即 $|a|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以 $|a-b|=|a-2a|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故选 B.

【点睛】

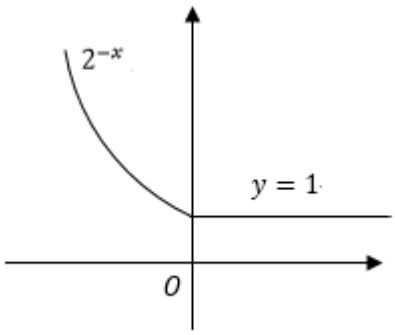
该题考查的是有关角的终边上点的纵坐标的差值的问题，涉及到的知识点有共线的点的坐标的关系，余弦的倍角公式，余弦函数的定义式，根据题中的条件，得到相应的等量关系式，从而求得结果.

12．D

【解析】

分析：首先根据题中所给的函数解析式，将函数图像画出来，从图中可以发现若有 $f(x+1)<f(2x)$ 成立，一定会有 $\begin{cases}2x<0\\2x<x+1\end{cases}$，从而求得结果.

详解：将函数 $f(x)$ 的图像画出来，观察图像可知会有 $\begin{cases}2x<0\\2x<x+1\end{cases}$，解得 $x<0$，所以满足 $f(x+1)<f(2x)$ 的 $x$ 的取值范围是 $(-\infty,0)$，故选 $D$.




点睛：该题考查的是有关通过函数值的大小来推断自变量的大小关系，从而求得相关的参数的值的问题，在求解的过程中，需要利用函数解析式画出函数图像，从而得到要出现函数值的大小，绝对不是常函数，从而确定出自变量的所处的位置，结合函数值的大小，确定出自变量的大小，从而得到其等价的不等式组，从而求得结果.

13．-7

【解析】

分析：首先利用题的条件 $f(3)=1$，将其代入解析式，得到 $f(3)=log_2(9+a)=1$，从而得到 $9+a=2$，从而求得 $a=-7$，得到答案.

详解：根据题意有 $f(3)=log_2(9+a)=1$，可得 $9+a=2$，所以 $a=-7$，故答案是 $-7$.

点睛：该题考查的是有关已知某个自变量对应函数值的大小，来确定有关参数值的问题，在求解的过程中，需要将自变量代入函数解析式，求解即可得结果，属于基础题目.

14．6

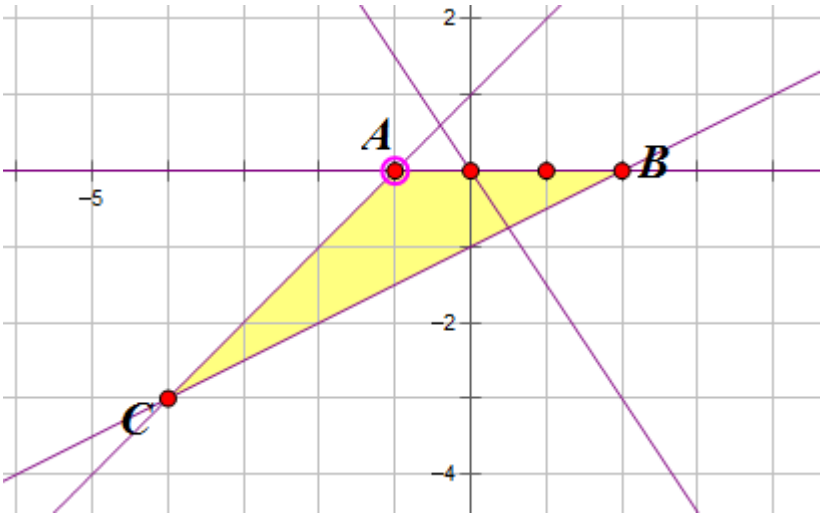
【解析】

【分析】

首先根据题中所给的约束条件，画出相应的可行域，再将目标函数化成斜截式 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，之后在图中画出直线 $y=-\frac{3}{2}x$，在上下移动的过程中，结合 $\frac{1}{2}z$ 的几何意义，可以发现直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$ 过 B 点时取得最大值，联立方程组，求得点 B 的坐标代入目标函数解析式，求得最大值.

【详解】

根据题中所给的约束条件，画出其对应的可行域，如图所示：




由 $z=3x+2y$，可得 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，

画出直线 $y=-\frac{3}{2}x$，将其上下移动，

结合$\frac{z}{2}$的几何意义，可知当直线$y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$在 y 轴截距最大时，z 取得最大值，

由$\begin{cases}x-2y-2=0\\y=0\end{cases}$，解得$B(2,0)$，

此时$z_{\max}=3\times2+0=6$，故答案为 6.

点睛：该题考查的是有关线性规划的问题，在求解的过程中，首先需要正确画出约束条件对应的可行域，之后根据目标函数的形式，判断 z 的几何意义，之后画出一条直线，上下平移，判断哪个点是最优解，从而联立方程组，求得最优解的坐标，代入求值，要明确目标函数的形式大体上有三种：斜率型、截距型、距离型；根据不同的形式，应用相应的方法求解.

15．$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】

首先将圆的一般方程转化为标准方程，得到圆心坐标和圆的半径的大小，之后应用点到直线的距离求得弦心距，借助于圆中特殊三角形半弦长、弦心距和圆的半径构成直角三角形，利用勾股定理求得弦长.

【详解】

根据题意，圆的方程可化为$x^2+(y+1)^2=4$，

所以圆的圆心为$(0,-1)$，且半径是$2$，

根据点到直线的距离公式可以求得$d=\frac{|0+1+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$，

结合圆中的特殊三角形，可知$|AB|=2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$，故答案为$2\sqrt{2}$.

【点睛】

该题考查的是有关直线被圆截得的弦长问题，在解题的过程中，熟练应用圆中的特殊三角形半弦长、弦心距和圆的半径构成的直角三角形，借助于勾股定理求得结果.

16．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【解析】

【分析】

首先利用正弦定理将题中的式子化为$\sin B\sin C+\sin C\sin B=4\sin A\sin B\sin C$，化简求得$\sin A=\frac{1}{2}$，利用余弦定理，结合题中的条件，可以得到$2bc\cos A=8$，可以断定$A$为锐角，从而求得$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，进一步求得$bc=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，利用三角形面积公式求得结果.

【详解】

因为$b\sin C+c\sin B=4a\sin B\sin C$，

结合正弦定理可得$\sin B\sin C+\sin C\sin B=4\sin A\sin B\sin C$，

可得$\sin A=\frac{1}{2}$，因为$b^2+c^2-a^2=8$，

结合余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，可得$2bc\cos A=8$，

所以$A$为锐角，且$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，从而求得$bc=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，

所以$\Delta ABC$的面积为$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot\frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故答案是$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】

本题主要考查余弦定理及正弦定理的应用，属于中档题.对余弦定理一定要熟记两种形式：（1）$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$；（2）$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，同时还要熟练掌握运用两种形式的条件.另外，在解与三角形、三角函数有关的问题时，还需要记住$30^\circ$、$45^\circ$、$60^\circ$等特殊角的三角函数值，以便在解题中直接应用.

17.（1）$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$；（2）$\{b_n\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列．理由见解析；（3）$a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

【解析】

【分析】

（1）根据题中条件所给的数列$\{a_n\}$的递推公式$na_{n+1}=2(n+1)a_n$，将其化为$a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n$，分别令$n=1$和$n=2$，代入上式求得$a_2=4$和$a_3=12$，再利用$b_n=\frac{a_n}{n}$，从而求得$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$；

（2）利用条件可以得到$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{2a_n}{n}$，从而 可以得出$b_{n+1}=2b_n$，这样就可以得到数列$\{b_n\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列；

（3）借助等比数列的通项公式求得$\frac{a_n}{n}=2^{n-1}$，从而求得$a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

【详解】

（1）由条件可得$a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n$.

将$n=1$代入得，$a_2=4a_1$，而$a_1=1$，所以，$a_2=4$.

将$n=2$代入得，$a_3=3a_2$，所以，$a_3=12$.

从而$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$；

（2）$\{b_n\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列.

由条件可得$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{2a_n}{n}$，即$b_{n+1}=2b_n$，又$b_1=1$，

所以$\{b_n\}$是首项为$1$，公比为$2$的等比数列；

（3）由（2）可得$\frac{a_n}{n}=b_n=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$，所以$a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

【点睛】

该题考查的是有关数列的问题，涉及到的知识点有根据数列的递推公式确定数列的项，根据不同数列的项之间的关系，确定新数列的项，利用递推关系整理得到相邻两项之间的关系确定数列是等比数列，根据等比数列通项公式求得数列$\{b_n\}$的通项公式，借助于$\{b_n\}$的通项公式求得数列$\{a_n\}$的通项公式，从而求得最后的结果.

18．(1)见解析.

(2)1.

【解析】

分析：(1)首先根据题的条件，可以得到$\angle BAC$=90，即$BA\perp AC$，再结合已知条件$BA\perp AD$，利用线面垂直的判定定理证得$AB\perp$平面$ACD$，又因为$AB\subset$平面$ABC$，根据面面垂直的判定定理，证得平面$ACD\perp$平面$ABC$；

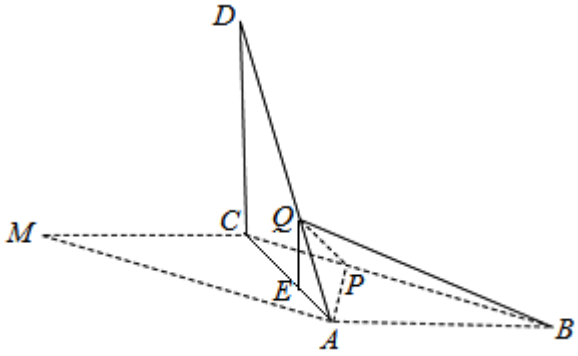
(2)根据已知条件，求得相关的线段的长度，根据第一问的相关垂直的条件，求得三棱锥的高，之后借助于三棱锥的体积公式求得三棱锥的体积.

详解：（1）由已知可得，$\angle BAC=90°$，$BA\perp AC$.

又 $BA\perp AD$，且 $AC\cap AD=A$，所以 $AB\perp$ 平面 $ACD$.

又 $AB\subset$ 平面 $ABC$，

所以平面 $ACD\perp$ 平面 $ABC$.




（2）由已知可得，$DC=CM=AB=3$，$DA=3\sqrt{2}$.

又 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$，所以 $BP=2\sqrt{2}$.

作 $QE\perp AC$，垂足为 $E$，则 $QE=\frac{1}{3}DC$.

由已知及（1）可得 $DC\perp$ 平面 $ABC$，所以 $QE\perp$ 平面 $ABC$，$QE=1$.

因此，三棱锥 $Q-ABP$ 的体积为

$$V_{Q-ABP}=\frac{1}{3}\times QE\times S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\sin 45°=1.$$

点睛：该题考查的是有关立体几何的问题，涉及到的知识点有面面垂直的判定以及三棱锥的体积的求解，在解题的过程中，需要清楚题中的有关垂直的直线的位置，结合线面垂直的判定定理证得线面垂直，之后应用面面垂直的判定定理证得面面垂直，需要明确线线垂直、线面垂直和面面垂直的关系，在求三棱锥的体积的时候，注意应用体积公式求解即可.

19.（1）直方图见解析；（2）0.48；（3）$47.45m^3$.

【解析】

【分析】

（1）根据题中所给的使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表，算出落在相应区间上的频率，借助于直方图中长方形的面积表示的就是落在相应区间上的频率，从而确定出对应矩形的高，从而得到直方图；

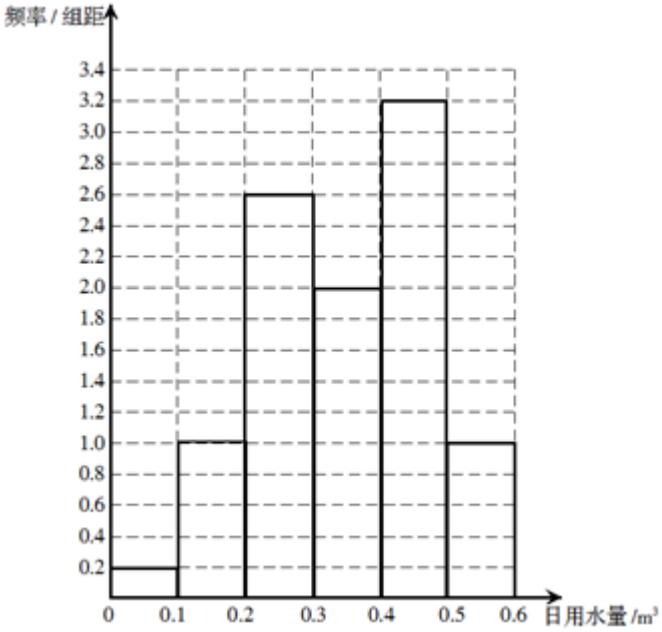
（2）结合直方图，算出日用水量小于0.35的矩形的面积总和，即为所求的频率；

（3）根据组中值乘以相应的频率作和求得50天日用水量的平均值，作差乘以365天得到一

年能节约用水多少 $m^3$，从而求得结果.

【详解】

（1）频率分布直方图如下图所示：




（2）根据以上数据，该家庭使用节水龙头后 $50$ 天日用水量小于 $0.35m^3$ 的频率为

$0.2\times0.1+1\times0.1+2.6\times0.1+2\times0.05=0.48$；

因此该家庭使用节水龙头后日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率的估计值为 $0.48$；

（3）该家庭未使用节水龙头 $50$ 天日用水量的平均数为

$\overline{x_1}=\frac{1}{50}\left(0.05\times1+0.15\times3+0.25\times2+0.35\times4+0.45\times9+0.55\times26+0.65\times5\right)=0.48$.

该家庭使用了节水龙头后 50 天日用水量的平均数为

$\overline{x_2}=\frac{1}{50}\left(0.05\times1+0.15\times5+0.25\times13+0.35\times10+0.45\times16+0.55\times5\right)=0.35$.

估计使用节水龙头后，一年可节省水 $\left(0.48-0.35\right)\times365=47.45\left(\mathrm{m}^3\right)$.

【点睛】

该题考查的是有关统计的问题，涉及到的知识点有频率分布直方图的绘制、利用频率分布直方图计算变量落在相应区间上的概率、利用频率分布直方图求平均数，在解题的过程中，需要认真审题，细心运算，仔细求解，就可以得出正确结果.

20.（1）$y=\frac{1}{2}x+1$ 或 $y=-\frac{1}{2}x-1$；（2）见解析.

【解析】

【分析】

（1）首先根据$l$与$x$轴垂直，且过点$A(2，0)$，求得直线$l$的方程为$x=2$，代入抛物线方程求得点$M$的坐标为$(2,2)$或$(2,-2)$，利用两点式求得直线$BM$的方程；

（2）设直线$l$的方程为$x=ty+2$，点$M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$，将直线$l$的方程与抛物线的方程联立，列出韦达定理，由斜率公式并结合韦达定理计算出直线$BM$、$BN$的斜率之和为零，从而得出所证结论成立.

【详解】

（1）当$l$与$x$轴垂直时，$l$的方程为$x=2$，可得$M$的坐标为$(2,2)$或$(2,-2)$.

所以直线$BM$的方程为$y=\frac{1}{2}x+1$或$y=-\frac{1}{2}x-1$；

（2）设$l$的方程为$x=ty+2$，$M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}x=ty+2\\y^2=2x\end{cases}$，得$y^2-2ty-4=0$，可知$y_1+y_2=2t$，$y_1y_2=-4$.

直线$BM$、$BN$的斜率之和为

$$k_{BM}+k_{BN}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{(x_2+2)y_1+(x_1+2)y_2}{(x_1+2)(x_2+2)}=\frac{(ty_2+4)y_1+(ty_1+4)y_2}{(x_1+2)(x_2+2)}$$

$$=\frac{2ty_1y_2+4(y_1+y_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}=\frac{2t\times(-4)+4\times 2t}{(x_1+2)(x_2+2)}=0,$$

所以$k_{BM}+k_{BN}=0$，可知$BM$、$BN$的倾斜角互补，所以$\angle ABM=\angle ABN$.

综上，$\angle ABM=\angle ABN$.

【点睛】

该题考查的是有关直线与抛物线的问题，涉及到的知识点有直线方程的两点式、直线与抛物线相交的综合问题、关于角的大小用斜率来衡量，在解题的过程中，第一问求直线方程的时候，需要注意方法比较简单，需要注意的就是应该是两个，关于第二问，涉及到直线与曲线相交都需要联立方程组，之后韦达定理写出两根和与两根积，借助于斜率的关系来得到角是相等的结论.

21．(1) $a=\frac{1}{2e^2}$；$f$（$x$）在（0，2）单调递减，在（2，+∞）单调递增．(2)证明见解析.

【解析】

分析：(1)先确定函数的定义域，对函数求导，利用$f'$（2）=0，求得 $a=\frac{1}{2e^2}$，从而确定出函数的解析式，之后观察导函数的解析式，结合极值点的位置，从而得到函数的增区间和减区间；

(2)结合指数函数的值域，可以确定当 $a\geq\frac{1}{e}$ 时，$f(x)\geq\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，之后构造新函数 $g(x)=\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，利用导数研究函数的单调性，从而求得 $g(x)\geq g(1)=0$，利用不等式的传递性，证得结果.

详解：（1）$f(x)$ 的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=ae^x-\frac{1}{x}$.

由题设知，$f'(2)=0$，所以 $a=\frac{1}{2e^2}$.

从而 $f(x)=\frac{1}{2e^2}e^x-\ln x-1$，$f'(x)=\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$.

当 $0<x<2$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在（0，2）单调递减，在（2，+∞）单调递增.

（2）当 $a\geq\frac{1}{e}$ 时，$f(x)\geq\frac{e^x}{e}-\ln x-1$.

设 $g(x)=\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，则 $g'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$.

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)<0$；当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$．所以 $x=1$ 是 $g(x)$ 的最小值点.

故当 $x>0$ 时，$g(x)\geq g(1)=0$.

因此，当 $a\geq\frac{1}{e}$ 时，$f(x)\geq 0$.

点睛：该题考查的是有关导数的应用问题，涉及到的知识点有导数与极值、导数与最值、导数与函数的单调性的关系以及证明不等式问题，在解题的过程中，首先要保证函数的生存权，先确定函数的定义域，之后根据导数与极值的关系求得参数值，之后利用极值的特点，确定出函数的单调区间，第二问在求解的时候构造新函数，应用不等式的传递性证得结果.

22．(1) $(x+1)^2+y^2=4$.

(2) $y=-\frac{4}{3}|x|+2$.

【解析】

分析：(1)就根据 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 以及 $\rho^2=x^2+y^2$，将方程 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 中的相关的量代换，求得直角坐标方程；

(2)结合方程的形式，可以断定曲线 $C_2$ 是圆心为 $A(-1,0)$，半径为 $2$ 的圆，$C_1$ 是过点 $B(0,2)$ 且关于 $y$ 轴对称的两条射线，通过分析图形的特征，得到什么情况下会出现三个公共点，结合直线与圆的位置关系，得到 k 所满足的关系式，从而求得结果.

详解：（1）由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 得 $C_2$ 的直角坐标方程为

$(x+1)^2+y^2=4$.

（2）由（1）知 $C_2$ 是圆心为 $A(-1,0)$，半径为 $2$ 的圆.

由题设知，$C_1$ 是过点 $B(0,2)$ 且关于 $y$ 轴对称的两条射线．记 $y$ 轴右边的射线为 $l_1$，$y$ 轴左边的射线为 $l_2$．由于 $B$ 在圆 $C_2$ 的外面，故 $C_1$ 与 $C_2$ 有且仅有三个公共点等价于 $l_1$ 与 $C_2$ 只有一个公共点且 $l_2$ 与 $C_2$ 有两个公共点，或 $l_2$ 与 $C_2$ 只有一个公共点且 $l_1$ 与 $C_2$ 有两个公共点.

当 $l_1$ 与 $C_2$ 只有一个公共点时，$A$ 到 $l_1$ 所在直线的距离为 $2$，所以 $\frac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，故 $k=-\frac{4}{3}$ 或 $k=0$.

经检验，当 $k=0$ 时，$l_1$ 与 $C_2$ 没有公共点；当 $k=-\frac{4}{3}$ 时，$l_1$ 与 $C_2$ 只有一个公共点，$l_2$ 与 $C_2$ 有两个公共点.

当 $l_2$ 与 $C_2$ 只有一个公共点时，$A$ 到 $l_2$ 所在直线的距离为 $2$，所以 $\frac{|k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，故 $k=0$ 或 $k=\frac{4}{3}$.

经检验，当 $k=0$ 时，$l_1$ 与 $C_2$ 没有公共点；当 $k=\frac{4}{3}$ 时，$l_2$ 与 $C_2$ 没有公共点.

综上，所求 $C_1$ 的方程为 $y=-\frac{4}{3}|x|+2$.

点睛：该题考查的是有关坐标系与参数方程的问题，涉及到的知识点有曲线的极坐标方程向平面直角坐标方程的转化以及有关曲线相交交点个数的问题，在解题的过程中，需要明确极坐标和平面直角坐标之间的转换关系，以及曲线相交交点个数结合图形，将其转化为直线与圆的位置关系所对应的需要满足的条件，从而求得结果.

23.（1）$\left\{x\middle|x>\frac{1}{2}\right\}$；（2）$(0,2]$

【解析】

分析：(1)将$a=1$代入函数解析式，求得$f(x)=|x+1|-|x-1|$，利用零点分段将解析式化为

$f(x)=\begin{cases}-2,x\le -1,\\2x,-1<x<1,\\2,x\ge 1.\end{cases}$，然后利用分段函数，分情况讨论求得不等式$f(x)>1$的解集为

$\left\{x\middle|x\rangle\frac{1}{2}\right\}$；

(2)根据题中所给的$x\in(0,1)$，其中一个绝对值符号可以去掉，不等式$f(x)>x$可以化为

$x\in(0,1)$时$|ax-1|<1$，分情况讨论即可求得结果.

详解：（1）当$a=1$时，$f(x)=|x+1|-|x-1|$，即$f(x)=\begin{cases}-2,x\le -1,\\2x,-1<x<1,\\2,x\ge 1.\end{cases}$

故不等式$f(x)>1$的解集为$\left\{x\middle|x\rangle\frac{1}{2}\right\}$.

（2）当$x\in(0,1)$时$|x+1|-|ax-1|>x$成立等价于当$x\in(0,1)$时$|ax-1|<1$成立.

若$a\le 0$，则当$x\in(0,1)$时$|ax-1|\ge 1$；

若$a>0$，$|ax-1|<1$的解集为$0<x<\frac{2}{a}$，所以$\frac{2}{a}\ge 1$，故$0<a\le 2$.

综上，$a$的取值范围为$(0,2]$.

点睛：该题考查的是有关绝对值不等式的解法，以及含参的绝对值的式子在某个区间上恒成立求参数的取值范围的问题，在解题的过程中，需要会用零点分段法将其化为分段函数，从而将不等式转化为多个不等式组来解决，关于第二问求参数的取值范围时，可以应用题中所给的自变量的范围，去掉一个绝对值符号，之后进行分类讨论，求得结果.